

Matemática - Grupo G - Gabarito

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A comissão recebida mensalmente por um vendedor é igual a 10% de seu salário-base. Em determinado mês, foram acrescidos R\$ 120,00 à comissão do vendedor. Dessa forma, o valor total da comissão passou a ser igual a 25% de seu salário-base.

Determine, a partir das informações, o salário-base desse vendedor.

Cálculos e respostas:

Sejam S_b o salário-base do vendedor, C_1 a comissão inicial e C_2 a comissão após o acréscimo.

Assim,

$$C_1 = \frac{10}{100} S_b; \quad C_2 = C_1 + 120$$

e

$$C_2 = \frac{25}{100} S_b$$

Logo,

$$\frac{10}{100} S_b + 120 = \frac{25}{100} S_b \Leftrightarrow \frac{15}{100} S_b = 120$$

$$\Leftrightarrow S_b = \frac{120 \times 100}{15} \Leftrightarrow S_b = 800$$

Portanto, o salário-base é igual a R\$ 800,00.

Matemática - Grupo G - Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Considere P e Q os pontos de interseção da reta de equação $2y - x = 2$ com os eixos coordenados x e y, respectivamente.

- a) Determine as coordenadas dos pontos P e Q.
- b) Determine a equação da circunferência que tem o segmento PQ como diâmetro.

Cálculos e respostas:

a) Interseção com o eixo x: $2 \cdot 0 - x = 2 \Leftrightarrow x = -2$

Ponto P = (-2, 0)

Interseção com o eixo y: $2y - 0 = 2 \Leftrightarrow y = 1$

Ponto Q = (0, 1)

- b) Como o segmento PQ é um diâmetro, seu ponto médio será o centro da circunferência.

Assim,

$$C = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{0+1}{2} \right) = \left(-1, \frac{1}{2} \right).$$

$$e, \quad \overline{PQ} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{5}$$

Logo, a equação da circunferência é

$$(x+1)^2 + \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right)^2$$

ou

$$(x+1)^2 + \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{5}{4}$$

Matemática - Grupo G - Gabarito

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Em um jogo de dardos, a probabilidade de um jogador acertar o alvo é $\frac{1}{3}$.

Determine a probabilidade de, ao lançar o dardo três vezes, o jogador acertar o alvo pelo menos duas vezes.

Cálculos e respostas:

Probabilidade de acertar duas vezes:

$$3\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9}$$

Probabilidade de acertar três vezes:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Logo, a probabilidade de acertar pelo menos duas vezes é:

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

Matemática - Grupo G - Gabarito

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Resolva, em \mathbb{R}_+^* , o sistema

$$\begin{cases} \log_2\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) \\ \log x + \log y = 0 \end{cases}$$

Cálculos e respostas:

$$\log_2\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{\log\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right)}{\log 2} = \frac{\log\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right)}{\log \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\log\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) = -\log\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) \Leftrightarrow \log\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\log x + \log y = 0 \Leftrightarrow \log xy = 0 \Leftrightarrow xy = 1$$

$$\text{Assim, } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{y}{2} = 1 \\ xy = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = 1,$$

Daí,

$$\frac{3}{2x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

A solução do sistema é $x = \frac{3}{2}$ e $y = \frac{2}{3}$.

Matemática - Grupo G - Gabarito

5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Na produção de determinado produto, usa-se uma quantidade x de matéria-prima, para produzir y unidades do produto, ao custo final z .

Quando $x \geq 4$, as variáveis x , y e z satisfazem as seguintes relações:

$$z^2 = y + 4 \quad \text{e} \quad y^2 - 4y + 4 = x$$

- a) Determine o valor de z , quando $x = 100$.
- b) Determine uma expressão para z , em função, apenas de x .

Cálculos e respostas:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad y^2 - 4y + 4 = x &\Leftrightarrow y^2 - 4y + 4 = 100 \Leftrightarrow (y - 2)^2 = 100 \Leftrightarrow y - 2 = \pm 10 \\ &\Leftrightarrow y = 12 \text{ ou } y = -8 \end{aligned}$$

Como y é quantidade, escolhemos $y = 12$.

$$\text{Também, } z^2 = y + 4 = 16 \Rightarrow z = \pm 4 \Rightarrow z = 4$$

$$\text{b)} \quad (y^2 - 4y + 4) = x \Leftrightarrow (y - 2)^2 = x \Leftrightarrow y = 2 \pm \sqrt{x}$$

Como $x \geq 4$ e y é positivo,

$$y = 2 + \sqrt{x}$$

$$\text{Também, } z^2 = y + 4 \Rightarrow z^2 = 6 + \sqrt{x} \Rightarrow z = \pm \sqrt{6 + \sqrt{x}}$$

$$\text{Como } z > 0, \quad z = \sqrt{6 + \sqrt{x}}$$